Königliche Militärakademie - Zusätzliche Prüfung POL

2025 Analysis - Goniometrie - Geometrie **Reihe A Teil 1**

4 Aufgaben - Arbeitszeit 3 Stunden

1. Arbeiten Sie sorgfältig, erklären Sie den Gedankengang und machen Sie detaillierte Berechnungen.
2. Die Abbildungen bei den Aufgaben sind rein illustrativ und nicht maßstabsgetreu. Es ergibt also keinen Sinn, sie zu messen.
3. Der Gebrauch von Lehrbüchern und Taschenrechnern ist untersagt. Lineal, Geo-Dreieck, Winkelmesser und Zirkel sind erlaubt.
4. Lassen Sie Symbole und Werte wie π, e, $\ln 2$ und $\sqrt{3}$ in Ihren Ergebnissen unverändert stehen.

Aufgabe	1	2	3	4	**Gesamtnote**
Punkte	4	5	5	6	20

Aufgabe 1 — **4 Punkte**

Wir wissen, dass

$$\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)dx = \frac{e^{\pi}-1}{5}.$$

Berechnen Sie A und B, gegeben durch

$$A = \int_0^{\pi} e^x \cos^2(x)\,dx \quad \text{und} \quad B = \int_0^{\pi} e^x \sin^2(x)\,dx.$$

Es ist nicht notwendig, die Integrale auszurechnen, um die Antwort zu finden.

Aufgabe 2 — **5 Punkte**

(a) (3 Punkte) Berechnen Sie den folgenden Grenzwert:

$$\lim_{x\to+\infty} x \cdot \ln\left(\frac{x+3}{x-3}\right).$$

(b) (2 Punkte) Bestimmen Sie die möglichen Werte der Konstanten $a > 0$, sodass

$$x \cdot \ln\left(\frac{e^a x + x + 3}{e^{-a}x - x - 3}\right)$$

einen reellen Grenzwert hat, wenn $x \to +\infty$.

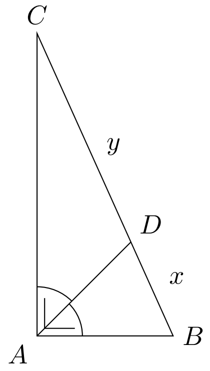
Aufgabe 3 — **5 Punkte**

Beweisen Sie durch partielle Integration (zweimal), dass

$$\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)dx = \frac{e^{\pi}-1}{5}.$$

Aufgabe 4 — **6 Punkte**

Die Winkelhalbierende in A schneidet die gegenüberliegende Seite im Punkt D und teilt die Seite $[BC]$ in zwei Teilstrecken mit den Längen $x = |BD|$ und $y = |DC|$.



(a) (3 Punkte) Beweisen Sie, dass das Verhältnis der Seitenlängen $\frac{|AC|}{|AB|}$ gleich $\frac{y}{x}$ ist.

(b) (2 Punkte) Drücken Sie die Längen der Seiten $|AB|$, $|AC|$ und $|BC|$ in Abhängigkeit von x und y aus.

(c) (1 Punkt) Die Höhe in A schneidet die gegenüberliegende Seite $[BC]$ im Punkt H. Drücke $|AH|$ in Abhängigkeit von x und y aus.

2025 **Königliche Militärakademie - Zusätzliche Prüfung POL** **Reihe A Teil 2**

Algebra - Analytische Geometrie - Wahrscheinlichkeitsrechnung

4 Aufgaben - Arbeitszeit 3 Stunden

1. Arbeiten Sie sorgfältig, erklären Sie den Gedankengang und machen Sie detaillierte Berechnungen.
2. Die Abbildungen bei den Aufgaben sind rein illustrativ und nicht maßstabsgetreu. Es ergibt also keinen Sinn, sie zu messen.
3. Der Gebrauch von Lehrbüchern und Taschenrechnern ist untersagt. Lineal, Geo-Dreieck, Winkelmesser und Zirkel sind erlaubt.
4. Lassen Sie Symbole und Werte wie π, e, $\ln 2$ und $\sqrt{3}$ in Ihren Ergebnissen unverändert stehen.

Aufgabe	1	2	3	4	**Gesamtnote**
Punkte	4	4	6	6	20

Aufgabe 1 **4 Punkte**

Lösen Sie in $\mathbb{R}$, wobei i die imaginäre Einheit ist:

$$1+\big(\cos(x)+i\sin(x)\big)\big(\cos(2x)+i\sin(2x)\big)\big(\cos(3x)+i\sin(3x)\big)\big(\cos(4x)+i\sin(4x)\big)=0.$$

Aufgabe 2 **4 Punkte**

Ein Polynom $p(x)$ vom Grad 4 ist teilbar durch x, $(x+2)$ und $(3x-2)$. Der Quotient der Division von $p(x)$ durch (x^3+1) ist $(x+1)$.

(a) (3 Punkte) Bestimmen Sie den Rest bei der Division von $p(x)$ durch (x^3+1).

(b) (1 Punkt) Bestimmen Sie $p(x)$.

Aufgabe 3 **6 Punkte**

Die kartesischen Gleichungen zweier Geraden d_1, d_2 in einem orthonormalen Koordinatensystem sind:

$$d_1 \equiv \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \quad , \quad d_2 \equiv \begin{cases} x-y=-2 \\ z=1 \end{cases} \quad .$$

(a) (1 Punkt) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P, der den Schnittpunkt von d_1 und d_2 ist.

(b) (2 Punkte) Beweisen Sie, dass d_1 und d_2 senkrecht aufeinander stehen.

(c) (3 Punkte) Bestimmen Sie die kartesischen Gleichungen einer Geraden d_3, die d_1 und d_2 so schneidet, dass d_1, d_2 und d_3 ein gleichbeiniges Dreieck bilden und der Abstand von P zu d_3 gleich 3 ist.

Aufgabe 4 **6 Punkte**

(a) (2 Punkte) Bestimmen Sie den Koeffizienten von x^2 in der Entwicklung von

$$(1-x)(1+2x)(1-3x)(1+4x)(1-5x).$$

(b) (4 Punkte) Bestimmen Sie den Koeffizienten von x^2 in der Entwicklung von

$$(1-x)(1+2x)(1-3x)(1+4x)\cdots(1+14x)(1-15x).$$